COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 11 SEPTEMBRE 1899,

PRÉSIDÉE PAR M. MAURICE LÉVY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE. — *Sur une forme nouvelle des équations de la Dynamique.* Note de M. P. APPELL.

« La forme nouvelle des équations de la Dynamique, indiquée dans les *Comptes rendus* des 7 et 28 août 1899, peut être résumée par le théorème suivant, qui se rattache au principe de la moindre contrainte de Gauss :

» *Soit un système à liaisons données, soumis à des forces pouvant dépendre des positions, des vitesses et du temps; désignons par* J *l'accélération d'un point quelconque du système, par* m *sa masse et par* F *la force donnée qui lui est appliquée; puis formons la fonction*

$$R = \frac{1}{2}\Sigma m J^2 - \Sigma F J \cos \widehat{F, J};$$

à un instant quelconque, la position du système et l'état des vitesses étant regardés comme déterminés, les accélérations ont des valeurs rendant la fonction R *minimum.*

» Dans cet énoncé, on peut évidemment remplacer la fonction R par la fonction

$$\frac{1}{2}\sum\frac{1}{m}((mJ - F))^2,$$

$((mJ - F))$ étant la différence géométrique des vecteurs mJ et F, ou par toute autre fonction qui diffère seulement de R par des termes indépendants des accélérations.

» Les équations précédemment indiquées s'obtiennent en égalant à zéro les dérivées partielles de la fonction R par rapport à $q''_1, q''_2, \ldots, q''_n$. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. Th. Descamps soumet au jugement de l'Académie un Mémoire « Sur la maladie du Rot-brun et du Black-rot ».

(Renvoi à la Section d'Économie rurale.)

CORRESPONDANCE.

ASTRONOMIE. — *Les Perséides en* 1899. Note de M. C. Flammarion, présentée par M. Bouquet de la Grye.

« J'ai l'honneur de présenter à l'Académie les observations des Perséides, faites à l'observatoire de Juvisy par MM. Antoniadi et Mathieu, les 11, 12 et 13 août. Elles font suite à celles que j'ai adressées récemment pour la nuit du 10 août.

» La figure ci-après représente toutes les trajectoires des météores observés le 11.

11 *août*.

Nos.	Heure, temps moyen de Paris.	Gr.	Lieu d'apparition. α.	Lieu d'apparition. δ.	Lieu de disparition. α.	Lieu de disparition. δ.	Obs.
	h m s		h m	°	h m	°	
1....	9.19	3	18.12	+45	17.44	+33	AM
2....	9.21.30	5	16.28	+42	16. 8	+21	A
3....	9.21.30	?	3.30	+75	14.30	+82	M
4....	9.21.30	3	15.14	+37	15. 5	+11	A
5....	9.24	5	18.15	+70 ½	19.30	+71	A
6....	9.29	4 ½	21. 0	+63	22.28	+64	A
7....	9.30	?	19.33	+36	20.23	+51	M
8....	9.33.15	2 ½	0. 0	+83	15.28	+57	AM
9....	9.35	?	0.26	+78	18.10	+80	M
10....	9.38	4 ½	23.52	+60	0.58	+58	A
11....	9.41	?	20.18	+51	18.48	+43	M
12....	9.42.30	1 ½	2. 5	+68	19.20	+73	A
13....	9.45.30	5	23.32	+62	0.30	+69	A
14....	9.49	4 ½	22. 8	+52	21.30	+45	A
15....	9.51	4	18.48	+66	17.20	+50	AM
16....	9.53	?	23.22	+62	21.12	+56	M
17....	9.53.30	5	20. 8	+55	20. 8	+72	A
18....	9.54.30	2	9. 0	+89	15. 8	+52	AM
19....	9.57.30	5	20.40	+72 ½	22.15	+72	AM
20....	10. 2	5	18. 0	+77	14.18	+80	A
21....	10. 2	1±	23.12	+56	20. 8	+25	M
22....	10. 8	2 ½	18.14	+43	17.30	+ 7	AM
23....	10.19	3	23. 0	+70	19.45	+64	AM
24....	10.20	?	1. 0	+87	18.35	+85	M
25....	10.24	2	10.32	+82	13.42	+55	AM
26....	10.30	3	6. 0	+88	14.30	+73	A
27....	10.32	2	0.59	+32	0.16	+12 ½	A
28....	10.34.45	1 ½	20.14	+38	19.33	+13	A
29....	10.37.45	5	1. 0	+41	0.14	+31	A
30....	10.39	5	0.33	+30	0.10	+20	A
31....	10.40	5	23.30	+81	4.25	+83	A
32....	10.42	4	1.30	+55	23.50	+50	A
33....	10.44	2 ¾	0.49	+31	0.12	+18	A
34....	10.46.30	3	20.22	+73	17.25	+48	A
35....	10 47.15	4	18.30	+68	17.15	+53	A
36....	10.52	3	4. 3	+62	7.22	+66	AM
37....	10.54	3 ½	23.28	+46	22.10	+25	AM
•38....	10.55	4 ¼	1.23	+65	23.30	+68	AM
39....	10.56	4	20.53	+22	20.39	+ 8	AM
40....	10.57.30	4	16.40	+61	15.57	+33	A
41....	10.57.30	5 ½	0.20	+78	3.30	+82	A
42....	11. 0	?	23. 0	+51	21.48	+41	M
43....	11. 2	2	9. 2	+67	11. 0	+48	A
44....	11. 3	3 ¼	0. 0	+70	19.30	+66	AM
45....	11.20.30	3	2.16	+53	1.40	+34	AM
46....	11.24	4 ½	3. 0	+56	2.26	+52	A
47....	11.25	2 ¼	0.30	+37	23.43	+20	AM
48....	11.28.30	3 ½	1.16	+63	23.42	+62	AM
49....	11.28.45	5	1.40	+67	23.40	+72	A
50....	11.31.30	2 ¼	0.26	+33	23.55	+22	AM
51....	11.32.30	4 ½	22.33	+33	22.10	+24	A
52....	11.36	5 ½	23.40	+52	0.12	+50	A
53....	11.37	2	20.10	+24	19.50	+10	A
54....	11.40	3	1. 8	+35	1.23	+19	A
55....	11.43	3 ½	1.47	+58	0. 0	+62	A
56....	11.44	2	5.26	+60	8.15	+48	A
57....	11.46	4	0.38	+50	1. 1	+40	A
58....	11.47.30	5	2.12	+87	16.25	+84	A
59....	11.50.30	1	21.20	+53	19.40	+31	A
60....	11.54	4	5.10	+67	7.49	+67	A
61....	11.57	2	0.21	+22	23.47	+ 8	A
62....	11.57.30	3 ½	6. 0	+84	13.28	+75	A
63....	12. 0.15	4	23.30	+83	17. 0	+68	A
64....	12. 2.30	?	1.21	+68	21.36	+71	A
65....	12. 7	2 ½	21.21	+36	19.42	+47	A
66....	12. 7.15	2	17.48	+38	17.25	+23	A
67....	12. 9	4	2.36	+59	1.38	+62	A
68....	12.15	1	1.27	+36	0.32	+16	A
69....	12.20	4 ½	1.32	+57	0.16	+54	A
70....	12.22.30	4 ¾	16. 4	+85	15.24	+69	A
71....	12.23	0 ½	7.30	+67	9.49	+58	A
72....	12.25	4	3.47	+23	3.47	+15	A
73....	12.26	3	9.27	+52	10. 8	+40	A
74....	12.27.30	3 ½	2.39	+30	2.18	+11	A
75....	12.30	5 ½	4.16	+44	4.37	+40	A
76....	12.31.30	5	3.30	+53	3.52	+50	A
77....	12.31.37	5	2.40	+56	2. 6	+53	A
78....	12.33	2 ½	5. 9	+45	5.22	+31	A
79....	12.34.30	2	15.10	+79	15.18	+63	A
80....	12.35.30	2 ½	1. 8	+57	23.24	+48	A
81....	12.36.45	2	3.54	+25	5.10	+28	A
82....	12.39.30	5 ½	3.45	+61	4.17	+64	A
83....	12.41.30	5	3. 1	+32	3. 1	+27	A
84....	12.43.30	5	3.10	+65	3.20	+70	A
85....	12.46	4 ¾	4.20	+59	5.12	+62	A
86....	12.47.30	4	4.32	+64	6. 1	+68	A
87....	12.47.45	5 ½	5.15	+77	11.10	+70	A
88....	12.54	4	3. 0	+65	6.10	+84	A
89....	12.59	5	4.36	+56	5.43	+58	A
90....	13.10	4	3.17	+52	3.32	+45	A
91....	13.12	3	5.23	+60	9.23	+56	A
92....	13.12	4	5.12	+53	6.18	+43	A
93....	13.14	4 ½	3.32	+41	3.40	+30	A
94....	13.16	4	4.47	+41	5.18	+29	A
95....	13.16	4	23.56	+53	0.16	+34	A
96....	13.20	1 ½	1.35	+35	0.32	+ 7	A

Nos.	Heure, temps moyen de Paris.	Gr.	Lieu d'apparition. α.	Lieu d'apparition. δ.	Lieu de disparition. α.	Lieu de disparition. δ.	Obs.
	h m s		h m	°	h m	°	
97....	13.25	5	1. 0	+62	23.49	+61	A
98....	13.26.30	4	17. 0	+45	16.40	+27	A
99....	13.27.30	4	4.28	+24	4.26	+18	A
100....	13.29	4	5. 0	+72	9.28	+70	A
101....	13.29.30	3 ½	4.53	+42	5. 2	+51	A
102....	13.32	4 ½	3.55	+27	3.54	+20	A
103....	13.34	5	7.20	+58	8.14	+52	A
104....	13.36	4	23.20	+81	17.5	+70	A
105....	13.36	3	19.58	+53	21.8	+61	A
106....	13.40	0 ¼	3.40	+70	5. 0	+77	A
107....	13.40.45	3	17.53	+45	17.21	+29	A
108....	13.41	4	17. 0	+55	16.29	+38	A
109....	13.44	2 ½	17. 0	+40	16.44	+23	A
110....	13.47	2	20.58	+48	20. 8	+30	A
111....	13.47	4	22.10	+37	21.24	+12	A
112....	13.47.30	4 ½	19.44	+ 8	19.37	+ 1	A
113....	13.49	5	10.28	+72	12.21	+69	A
114...	13.50	1	6.46	+35	8. 5	+33	A
115....	13.52	3	20.40	+81	17.40	+68	A
116....	13.54	3	4. 2	+25	4. 2	+18	A
117....	13.55.30	3	14.44	+58	14.50	+43	A
118....	13.57	2 ½	12.37	+64	13.22	+49	A
119....	13.59	3	3.26	+41	3.39	+27	A
120....	14. 0.15	3 ½	13.38	+81	14. 7	+70	A
121....	14. 1	2	17.53	+24	17.30	+ 7	A
122....	14. 1	4	13.44	+55	13.58	+38	A
123....	14. 9	5 ½	11.58	+65	12.30	+58	A
124....	14.10	3	4.20	+ 4	4.29	− 9	A
125....	14.12	1	7.49	+58	8.46	+52	A
126....	14.14	0 ½	19. 4	+67	17.20	+41	A
127....	14.16	1	13.23	+52	13.38	+42	A
128....	14.20	4 ½	9.58	+83	9.48	+64	A
129....	14.21	1 ½	1. 0	+10	0.30	+10	A
130....	14.25	1	5. 0	+55	7. 1	+50	A
131....	14.26	4 ½	3.52	+18	3.53	+12	A
132....	14.27	1 ½	2.42	+26	2.47	+ 4	A
133....	14.27	1 ½	23.29	+38	22.35	+22	A
134....	14.27.15	1 ½	19.36	+35	18.54	+16	A
135....	14.30	2	20. 5	+ 8	19.52	− 6	A
136....	14.32.15	3	18.14	+36	17.52	+20	A
137....	14.34	3 ½	1.28	+40	0.40	+54	A
138....	14.36	2	7.14	+46	8.20	+29	A
139....	14.37.30	3	20.28	+14	19.50	+ 9	A
140....	14.39	3	5. 0	+31	5.22	+22	A
141....	14.39.30	4	16.32	+38	16.28	+25	A
142....	14.41	3 ½	17.25	+60	16.47	+44	A
143....	14.41.45	4	13.42	+48	13.56	+38	A
144....	14.43.30	4 ½	12.32	+70	13. 8	+62	A
145....	14.43.30	4 ½	12.10	+58	12.36	+50	A
146....	14.45	4	17.43	+58	17. 9	+48	A

12 août.

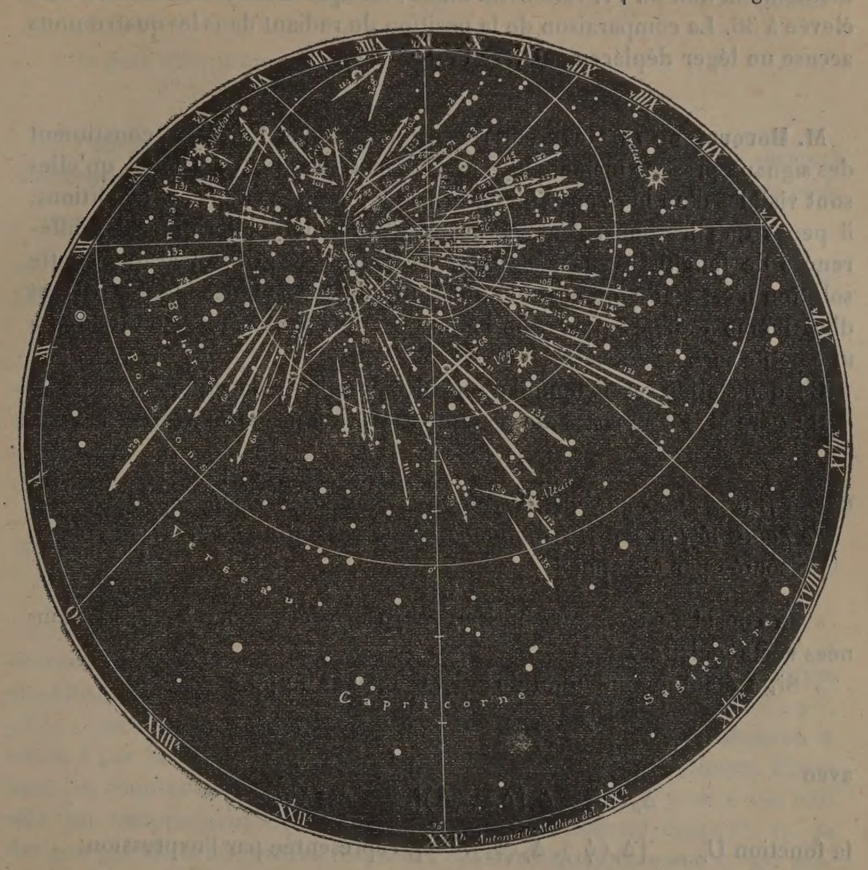
1......	9.17.30	3	2.25	+85	13. 7	+75	A
2......	9.22.30	5	3.12	+62	3.50	+68	A
3......	9.23.30	2 ½	23.43	+62	0.38	+52	A
4......	9.26.30	4	21.50	+50	20.52	+33	A
5......	9.32	2	0.30	+32	0. 3	+21	A
6......	9.33	5	20. 6	+72	18. 7	+56	A
7......	10. 2	2 ½	16.20	+76	15.52	+52	A

13 août.

1.....	9.46	2	18. 0	+73	16.30	+51	A
2.....	9.51	4 ½	21. 0	+43	20.43	+48	A
3.....	9.52	2 ½	20.20	+43	19.36	+30	A
4.....	9.54	3 ½	2. 0	+54	0. 0	+44	A
5.....	9.55	3 ½	23.40	+32	23. 7	+17	A
6.....	10. 0	4 ½	23. 8	+52	22. 0	+43	A
7.....	10.10	5	1.19	+67	22.56	+60	A
8.....	10.24	4	23. 0	+32	23.24	+27	A
9.....	10.27	5	13.20	+82	9.30	+80	A
10.....	10.35	5 ½	22.15	+12	22.30	+ 8	A
11.....	10.40	1 ½	23.26	+21	22.48	− 8	A
12.....	10.42	5	6.22	+64	7.40	+65	A
13.....	10.58	2	22. 0	+64	23.12	+49	A
14.....	11. 2	1 ½	12.12	+77	13.49	+59	A
15.....	11. 5	1 ½	18.14	+23	16.42	+49	A
16.....	11.11	2	16.50	+79	12.21	+71	A
17.....	11.31	4	0.50	+48	0.57	+37	A
18.....	11.32	1 ½	22. 0	+73	18.22	+46	A
19.....	11.34	3	2.17	+44	1.50	+35	A
20.....	11.37	4	3.50	+58	19.48	+40	A
21.....	11.40	5	23. 8	+22	23.16	+28	A
22.....	11.40.45	5 ½	22. 0	+42	21.16	+31	A

» Un nombre considérable des météores enregistrés ici n'appartenaient pas à l'essaim des Perséides. Tels sont, dans la nuit du 11, les numéros 5,

6, 7, 10, 13, 17, 19, 20, 31, 41, 52, 54, 57, 65, 81, 95, 101, 105, 113, 114, 128, 137 et 139. Le numéro 3 de la nuit du 12 provenait également



d'un autre radiant; il en a été de même des numéros 2, 8, 9, 10, 13, 17 et 21 le 13 août.

» Enfin les résultats généraux des observations sont donnés dans le Tableau suivant :

Dates 1899.	Observation commencée à	Observation terminée à	Observation Durée.	Nombre de météores observés.	Nombre de météores enregistrés.	Moyenne horaire.	Perséides.	Autres météores.	Proportion de Perséides.	Radian α.	Radian δ.
	h m	h m	h m							h m	°
10 août	9.15	14.45	5.30	153	130	18,9	109	21	0,84	3. 0	+56
11 »	9.15	14.45	5.30	157	146	25,1	123	23	0,84	3. 5	+56
12 »	9.15	10. 5	0.30	7	7	14±	6	1	0,86	3. 4	+57
13 »	9.45	11.45	2. 0	22	22	11±	15	7	0,68	3.12	+55

» Ainsi qu'on le voit, le maximum de l'averse a eu lieu dans la seconde moitié de la nuit du 11, vers 2^h du matin, lorsque la moyenne horaire s'est élevée à 36. La comparaison de la position du radiant dans les quatre nuits accuse un léger déplacement vers l'est. »

M. **Bouquet de la Grye** fait remarquer que les Perséides constituent des signaux presque instantanés, se passant à des hauteurs telles qu'elles sont visibles d'un horizon d'un millier de kilomètres. Dans ces conditions, il pense qu'elles pourraient servir aux géodésiens à déterminer des différences de longitudes, dans des régions dépourvues de télégraphe. Cette solution n'est d'ailleurs possible qu'en utilisant des étoiles filantes partant d'un même radiant, pour que l'attention de l'observateur soit limitée à une petite surface du ciel.

Chaque station serait munie d'un chronographe électrique.

Il priera M. Flammarion de poursuivre des essais dans ce sens.

GÉOMÉTRIE. — *Sur quelques dépendances géométriques entre deux systèmes de points définis par des équations algébriques.* Note de M. S. **Mangeot**, présentée par M. Appell.

« Je considère trois variables x, y, z, regardées comme des coordonnées rectangulaires.

» Si, A étant une fonction de ces variables, l'on pose

$$\Delta_1(A) = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2},$$

avec

$$\Delta_p(A) = \Delta_1[\Delta_{p-1}(A)], \qquad \Delta_0(A) = A,$$

la fonction $U_{r_1, r_2, \ldots}[\Delta_p(\psi_1), \Delta_p(\psi_2), \ldots]$, représentée par l'expression

$$\sum\sum \cdots \frac{r_1!}{a_1!\, b_1!\, c_1!} \frac{r_2!}{a_2!\, b_2!\, c_2!} \cdots \begin{vmatrix} \frac{\partial^{r_1} \Delta_p(\psi_1)}{\partial x^{a_1} \partial y^{b_1} \partial z^{c_1}} & \frac{\partial^{r_1} \Delta_p(\psi_2)}{\partial x^{a_1} \partial y^{b_1} \partial z^{c_1}} & \cdots \\ \frac{\partial^{r_2} \Delta_p(\psi_1)}{\partial x^{a_2} \partial y^{b_2} \partial z^{c_2}} & \frac{\partial^{r_2} \Delta_p(\psi_2)}{\partial x^{a_2} \partial y^{b_2} \partial z^{c_2}} & \cdots \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots \end{vmatrix}^2$$

$$(a_1 + b_1 + c_1 = r_1,\ a_2 + b_2 + c_2 = r_2,\ \ldots),$$

où $\psi_1, \psi_2, \ldots$ désignent des fonctions de x, y, z en nombre quelconque, égal à celui des nombres $r_1, r_2, \ldots$, est un covariant de $\psi_1, \psi_2, \ldots$ pour toute transformation de coordonnées rectangulaires, quelles que soient

les valeurs, positives ou nulles, attribuées aux nombres $p, r_1, r_2, \ldots$ pourvu que l'on convienne de remplacer $\frac{r!}{a!\,b!\,c!}$ par 1 et $\frac{\partial^r A}{\partial x^a \partial y^b \partial z^c}$ par A quand r est nul.

» Je pose exceptionnellement

$$U_0(A) = A.$$

» J'envisage l'ensemble F des points dont chacun appartient à ν surfaces algébriques S_n représentées par les équations entières et à coefficients réels

$$f_n(x, y, z) = 0 \qquad (n = 1, \ldots, \nu);$$

et, d'autre part, l'ensemble Φ des points dont chacun vérifie ν autres équations entières à coefficients réels

$$\varphi_n(x, y, z) = 0 \qquad (n = 1, \ldots, \nu),$$

ν étant l'un des trois nombres 1, 2, 3 (¹). Pour l'objet que j'ai en vue, je dois supposer que les degrés des polynomes φ_n sont les mêmes que ceux des polynomes f_n. Soient $f_1, \ldots, f_\rho, \varphi_1, \ldots, \varphi_\rho$ ceux des polynomes f_n et φ_n dont le degré est égal au plus faible de ces degrés.

» Les fonctions $f^{(1)}, f^{(2)}, f^{(3)}, \ldots$ que définissent successivement les formules

$$f^{(1)} = U_{r_1,\ldots,r_\rho}[\Delta_p(f_1), \ldots, \Delta_p(f_\rho)], \qquad f^{(2)} = U_{r'}[\Delta_{p'}(f^{(1)})],$$
$$f^{(3)} = U_{r''}[\Delta_{p''}(f^{(2)})], \qquad \ldots$$

doivent être des covariants de $f_1, \ldots, f_\rho$, pour toutes les valeurs, positives et nulles, des indices $r_1, \ldots, r_\rho, p, r', p', r'', p'', \ldots$ Je dénomme $\varphi^{(1)}, \varphi^{(2)}, \varphi^{(3)}, \ldots$ les fonctions définies par les mêmes formules où l'on remplace la lettre f par la lettre φ, en gardant aux indices les mêmes valeurs. Parmi tous les couples de fonctions correspondantes $f^{(\mu)}, \varphi^{(\mu)}$, il y en a une infinité qui comprennent chacun deux fonctions du second degré P, Q. Je désigne par M, N les centres respectifs des deux quadriques (P), (Q) correspondant aux équations $P = 0$, $Q = 0$.

» Cela étant, je suppose que les deux figures F et Φ aient entre elles une relation de similitude. Il en sera ainsi des deux figures définies, l'une par les équations $f_1 = 0, \ldots, f_\rho = 0$, l'autre par les relations

$$\varphi_1 = 0, \ldots, \varphi_\rho = 0.$$

Il devra en être de même, également, des deux surfaces qui ont pour équa-

(¹) Si ν est égal à 3, je suppose que les équations $f_n = 0$, d'une part, et les équations $\varphi_n = 0$, d'autre part, sont toutes nécessaires pour définir les deux figures F et Φ.

tions

$$f^{(\mu)} = 0, \quad \varphi^{(\mu)} = 0.$$

De plus, la loi même qui transforme F en Φ devra faire correspondre la première de ces deux surfaces à la seconde, et, en particulier, la quadrique (P) à la quadrique (Q); par suite aussi le point M au point N, et, conséquemment encore, le triangle T formé par trois des points M au triangle T′ formé des trois points N qui leur sont associés. Je suis ainsi conduit à ce théorème :

» *Pour que les deux figures* F, Φ *soient semblables, homothétiques, égales, superposables par translation, ou par rotation, ou encore symétriques l'une de l'autre par rapport à un point, à une droite, à un plan, il faut que les deux quadriques* (P), (Q) *aient entre elles cette même dépendance, comme aussi les deux triangles* T, T′; *et les deux figures* (P), (Q), *ou* T, T′, *doivent se transformer l'une dans l'autre d'après la loi même qui permet de passer de* F *à* Φ.

» Par exemple, pour que les deux figures F, Φ soient égales, il est nécessaire que les deux triangles T, T′ soient égaux et que, en transportant T sur T′, ou les axes de (P) sur ceux de (Q), la figure formée par les points appartenant à chacune des nouvelles positions des surfaces S_n, supposées entraînées dans le mouvement, soit confondue avec Φ.

» Ainsi encore, les deux figures F, Φ ne peuvent être symétriques l'une de l'autre par rapport à un élément : point, droite ou plan, que si les deux figures (P), (Q), ou T, T′, sont elles-mêmes symétriques l'une de l'autre par rapport à un élément ε, confondu avec le précédent. Pour que la symétrie ait lieu entre F et Φ il sera nécessaire et suffisant que la figure formée des points appartenant à chacune des surfaces respectivement symétriques des surfaces S_n par rapport à ε coïncide avec la figure Φ.

» Si l'on suppose que les fonctions φ_n sont les mêmes que les fonctions f_n, on voit que la recherche des centres, axes, plans de symétrie d'une surface S_1, ou de la courbe d'intersection de deux surfaces S_1, S_2, ou du système des points communs à trois surfaces S_1, S_2, S_3, peut être généralement ramenée à la détermination des centres, axes ou plans principaux de l'une quelconque des quadriques (P). »

La séance est levée à 3 heures un quart.

J. B.